

## 胶州湾潮汐潮流的数值计算\*

曹 德 明

(中国科学院海洋研究所)

自从 1952 年 Hansen 提出用数值计算的方法求解潮汐方程以来,数值计算方法在国外已有了长足的进展,国内也得到了越来越多的应用。1969—1978 年,在潮流大面预报<sup>1)</sup>工作中,我所与国家海洋局科技情报研究所等单位合作,对黄海东部、东海、朝鲜海峡、台湾海峡等海区进行了潮汐潮流的数值计算。在这些计算中,略去了非线性平流加速度的影响,这在水较深的中型海区是完全允许的;但在浅海,当未扰动水位之上的水表面高度可与平均水深相比拟时,平流项就不能省略。一九七九年,山东海洋学院王化桐等人采用 Leendertse 的差分格式对胶州湾进行了数值计算,考虑了非线性平流加速度的影响,但该格式以海图 0 米等深线作为固定的水-陆边界,没有考虑到潮间带。为了计算近岸浅水海区的潮汐潮流,本文采用 R. A. Flather 和 N. S. Heaps 的格式,编制了在 108-乙机上计算任意形状近岸浅水海区潮汐潮流的手编程序,并以胶州湾为例进行了试算。

胶州湾与黄海直接沟通,湾内水深一般仅 10—20 米,最大水深 50 余米,湾的西北部和东北部有广大的潮间带;它是典型的半日潮海区( $\frac{H_{K_1} + H_{O_1}}{H_{M_2}} < 0.5$ ),以  $M_2$  分潮为主。胶州湾为本方法的试算提供了良好的试验场所。

在试算时,我们用四组计算对非线性平流加速度的影响和潮间带的影响进行了比较,得出了在胶州湾这样的潮间带约占四分之一的近岸浅水海区,潮间带的影响比非线性平流加速度的影响更加明显的结论。

这四组计算是:

- I. 不考虑潮间带(以平均水深 0 米作为固定的水-陆边界,并略去了平流项);
- II. 不考虑潮间带,但考虑平流项;
- III. 考虑潮间带(海陆边界沿网格移动),但略去平流项;
- IV. 考虑潮间带,又考虑平流项。

### 一、基本方程组

连续方程:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Hu) + \frac{\partial}{\partial y} (Hv) = 0, \quad (1)$$

\* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 665 号。本文是在方国洪同志指导下完成的,并得到杨景飞、丁文兰、于克俊等同志的帮助,文中插图由杜渭山同志清绘,在此一并致谢。

收稿日期: 1980 年 9 月 2 日。

1) 方国洪等, 1978 年。潮流大面预报。

运动方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + \frac{Ku(u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}}{H} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu + \frac{Kv(u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}}{H} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

式中,  $x, y$ ——未扰动海面的水平面上的笛卡儿坐标;

$t$ ——时间;

$\zeta$ ——潮位;

$H$ ——总水深  $= h + \zeta$ ;

$u, v$ ——在  $x, y$  增加方向上垂直平均潮流的分量;

$f$ ——科氏参数  $= 2\omega \sin \bar{\varphi}$ ,  $\bar{\varphi}$  为计算海区的平均纬度;  $\omega = 7.29 \times 10^{-5}$  秒;

$K$ ——底摩擦系数;

$g$ ——地球重力加速度  $= 980$  厘米/秒<sup>2</sup>。

这里规定垂直平均流速为

$$u = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\zeta} u' dz, \quad v = \frac{1}{H} \int_{-h}^{\zeta} v' dz.$$

$u', v'$  是海平面以下深度  $Z$  处的水平流速分量。

在计算时并注意使摩擦项分母中的  $H$  不小于 100 厘米, 以避免出现奇点和摩擦力与流速方向一致这种不合理情况。

## 二、网格与差分方程

平行于坐标轴以  $\frac{s}{2}$  距离划线得  $xy$  平面上的正方形网格 (见图 1)。同类型相邻两点

距离为  $s$ 。每种类型的点组成了  $n$  行、 $m$  列的矩阵。

与基本方程 (1), (2), (3) 相应的差分方程为:

$$\{\zeta_i(t+\tau) - \zeta_i(t)\}/\tau = -\{d_i(t)u_i(t) - d_{i-1}(t)u_{i-1}(t) + e_{i-m}(t)v_{i-m}(t) - e_i(t)v_i(t)\}/s, \quad (4)$$

$$\{u_i^*(t+\tau) - u_i(t)\}/\tau = f\tilde{v}_i(t) - Ku_i^*(t+\tau)\{u_i^2(t) + \tilde{v}_i^2(t)\}^{\frac{1}{2}}/D_i(t+\tau) - g\{\zeta_{i+1}(t+\tau) - \zeta_i(t+\tau)\}/s, \quad (5)$$

$$\{v_i^*(t+\tau) - v_i(t)\}/\tau = -f\tilde{u}_i^*(t+\tau) - Kv_i^*(t+\tau)\{\tilde{u}_i^2(t) + v_i^2(t)\}^{\frac{1}{2}}/E_i(t+\tau) - g\{\zeta_i(t+\tau) - \zeta_{i+m}(t+\tau)\}/s, \quad (6)$$

$$\{u_i(t+\tau) - u_i^*(t+\tau)\}/\tau = -\frac{1}{2s} \tilde{u}_i^*(t+\tau)\{u_{i+1}^*(t+\tau) - u_i^*(t+\tau) + u_i(t+\tau) - u_{i-1}(t+\tau)\}$$

$$- \frac{1}{4s} [\{v_{i-m}^*(t+\tau) + v_{i-m+1}^*(t+\tau)\}\{u_{i-m}(t+\tau) - u_i(t+\tau)\}]$$

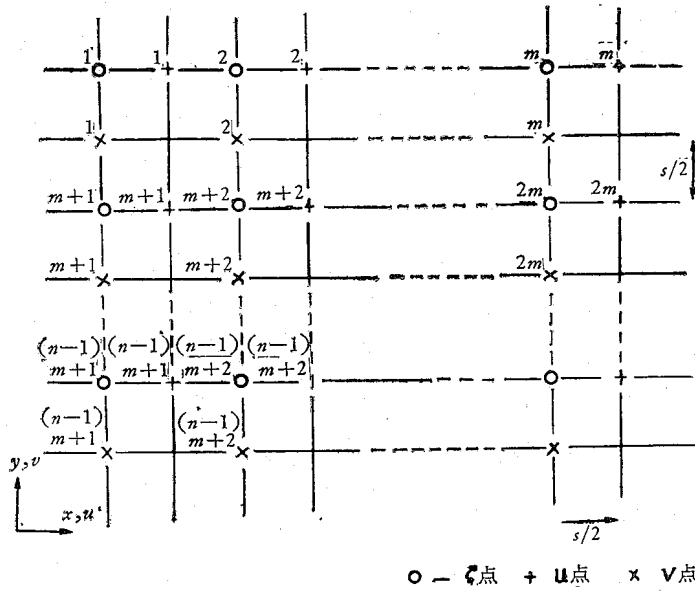


图 1 差分网格

$$\begin{aligned}
 & + \{v_i^*(t+\tau) + v_{i+1}^*(t+\tau)\} \{u_i^*(t+\tau) - u_{i+m}^*(t+\tau)\}, \\
 & \{v_i(t+\tau) - v_i^*(t+\tau)\} / \tau \\
 & = -\frac{1}{4s} [\{u_i^*(t+\tau) + u_{i+m}^*(t+\tau)\} \{v_{i+1}^*(t+\tau) - v_i^*(t+\tau)\} \\
 & + \{u_{i-1}^*(t+\tau) + u_{i+m-1}^*(t+\tau)\} \{v_i(t+\tau) - v_{i-1}(t+\tau)\}] \\
 & - \frac{1}{2s} \bar{v}_i^*(t+\tau) \{v_{i-m}(t+\tau) - v_i(t+\tau) + v_i^*(t+\tau) - v_{i+m}^*(t+\tau)\},
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\tag{8}$$

这里,

$$\begin{aligned}
 d_i &= \frac{1}{2} (H_i + H_{i+1}), & e_i &= \frac{1}{2} (H_i + H_{i+m}), \\
 D_i &= \max(d_i, H_0), & E_i &= \max(e_i, H_0), \\
 \tilde{u}_i &= \frac{1}{4} (u_{i-1} + u_i + u_{i+m-1} + u_{i+m}), \\
 \tilde{v}_i &= \frac{1}{4} (v_{i-m} + v_{i-m+1} + v_i + v_{i+1}), \\
 \bar{u}_i &= \frac{1}{4} (u_{i+1} + 2u_i + u_{i-1}), & \bar{v}_i &= \frac{1}{4} (v_{i-m} + 2v_i + v_{i+m}).
 \end{aligned}$$

$H_0$  取作 100 厘米。

### 三、边界条件、初始条件和计算过程

对永久性的陆地边界, 有  $u \equiv 0, v \equiv 0$ 。

在每个液体边界点上,潮位

$$\zeta = h'_1 \cos qn\tau + h''_1 \sin qn\tau + h'_2 \cos 2qn\tau + h''_2 \sin 2qn\tau, \quad (9)$$

其中

$$h'_1 = H_1 \cos \zeta_1, \quad h''_1 = H_1 \sin \zeta_1,$$

$$h'_2 = H_2 \cos \zeta_2, \quad h''_2 = H_2 \sin \zeta_2,$$

$$H_1 = \frac{H_{0_1} + H_{K_1}}{2}, \quad \zeta_1 = \frac{g_{0_1} + g_{K_1}}{2},$$

$$H_2 = H_{M_2}, \quad \zeta_2 = g_{M_2}.$$

$q$  为全日分潮的角速度,  $\tau$  为时间增量,  $n$  为迭代次数。

计算时,置胶州湾液体边界于团岛—薛家岛断面附近,调和常数取自我所 1958 年底的实测值。从海图读取水深值。网格步长  $\Delta s = \Delta x = \Delta y = 1853$  米,时间步长  $\tau = 58.8344270$  秒(根据稳定性条件,  $\tau < \frac{\Delta s}{\sqrt{2gD_{\max}}}$ , 式中  $D_{\max}$  为海区的最大深度), 为一个太阴日的  $\frac{1}{1520}$ 。取摩擦系数  $K = 0.002$ 。

胶州湾的计算网格如图 2 所示。

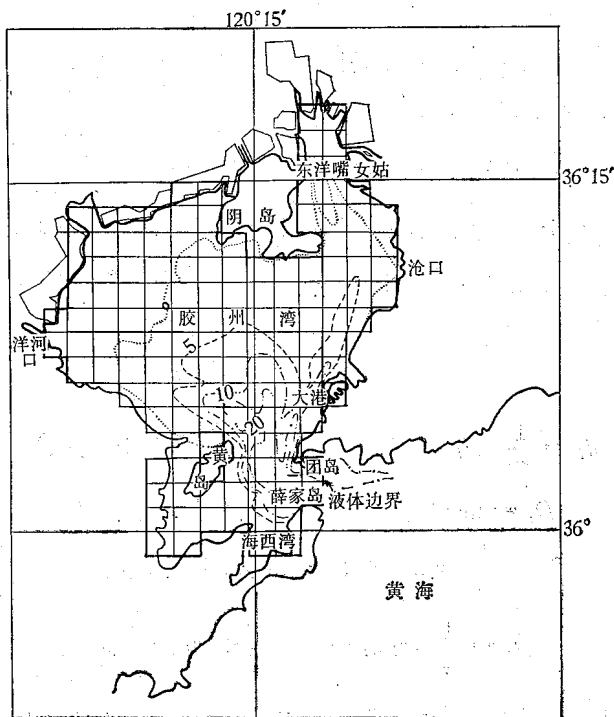


图 2 胶州湾潮汐潮流数值计算网格示意图

不考虑平流时,从静止的初始状态开始计算;考虑平流时,以不考虑平流时的初步计算结果为初始状态开始计算。

在液体边界上  $\zeta$  由 (9) 式开始计算。

$t = n\tau$  时,由与基本方程组相应的差分方程组计算各内点的  $u, v, \zeta$  值。计算稳定后

(相邻两周期相应点之  $u, v, \zeta$  之差  $< 0.1$  厘米), 用保留的五片  $u, v, \zeta$  场计算调和常数和椭圆要素。

在考虑平流项时, 平流的计算分二步进行, 先计算由其它动力过程引起的垂直平均流速的变化  $\frac{\partial u}{\partial t}$  (或  $\frac{\partial v}{\partial t}$ ) (即式 (5), (6))。再把由纯平流引起的变化  $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$  (或  $u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}$ ) (即式 (7), (8)) 迭加上去。

为了考虑迭代过程中干出的情况, 在计算  $u, v$  以前需先根据水深 ( $H = \zeta + h$ ) 和水位梯度 ( $\frac{\partial \zeta}{\partial x}, \frac{\partial \zeta}{\partial y}$ ) 的情况进行判断, 以确定有关的格点是“湿”的还是“干”的。如果点是干的, 则流速为 0; 如果点是“湿”的, 则根据差分公式推算一个新的  $u$  和  $v$  值。

#### 四、胶州湾潮汐潮流的基本状况

胶州湾的潮汐是由黄海传入的潮波引起的脉振动。为了描述胶州湾的潮汐潮流情况, 我们绘制了  $M_2$  分潮的等潮差线、等潮时线分布图 (图 3) 和  $M_2$  分潮流的长短轴分布图 (图 4), 并标出了最大流速发生的时间。还每隔五分之一太阴日绘制了网格各点的垂直平均流动和干出滩涂的空间分布 (图略)。现用第 IV 组计算值说明之。

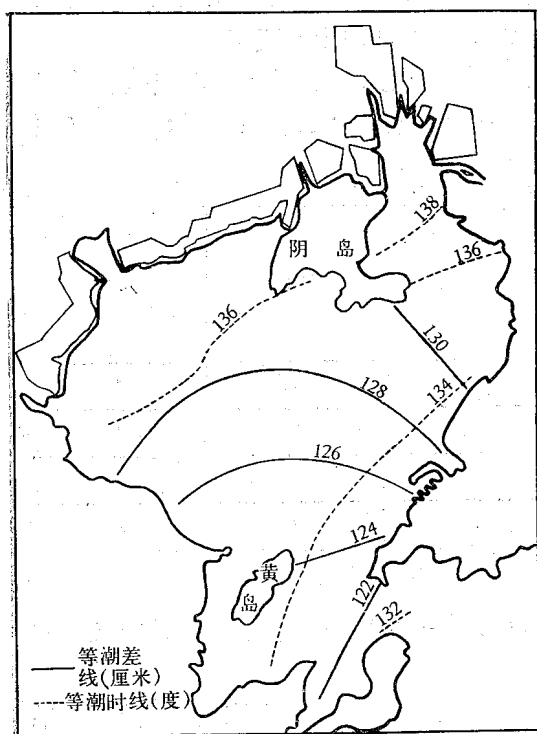


图 3 胶州湾  $M_2$  分潮等潮差线、等潮时线分布图

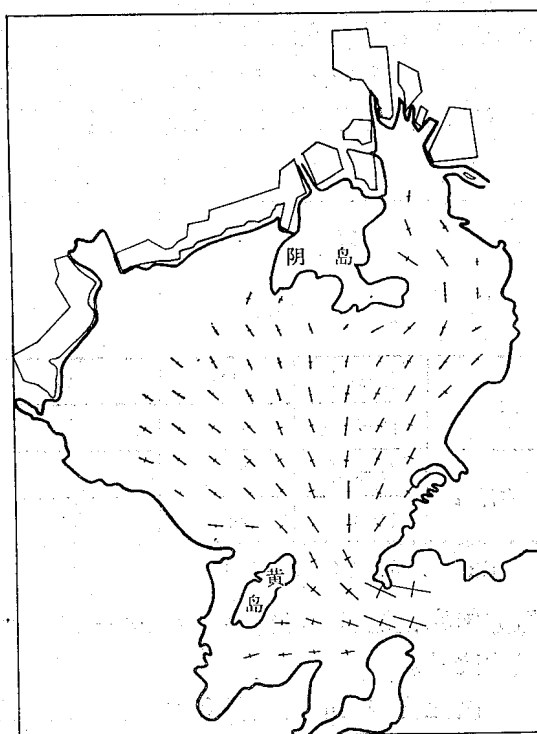


图 4 胶州湾  $M_2$  分潮流椭圆长短轴分布示意图

### 1. 潮汐 (以 $M_2$ 分潮为例)

在湾口南端薛家岛首先出现高潮,从沙岭到海西湾为一条等潮时线,湾南部出现高潮后约 4 分钟,沧口—洋河口一线出现高潮,最后是北部的东洋咀,与湾口相比滞后 14 分。

潮差随潮波向湾内传布而逐渐增大,湾口的振幅最小,为 120 厘米,在东北部沧口附近达到最大,为 132 厘米,相差达 12 厘米。

### 2. 潮流 (以 $M_2$ 分潮流为例)

由黄海传进胶州湾的潮流进入团岛-薛家岛断面后,主流向北经过黄岛-团岛断面后分成二股,较强的一股沿沧口水道北上,涨潮时流向为北或东北;另一股向西,涨潮时流向胶州湾西北部广大的浅滩区,流向为西北或北。湾西部达最大流速的时间比东北部要迟 0.2—0.3 小时。整个海湾的转流时间发生在高潮或低潮时附近,而当潮位在半潮面附近时涨落潮流最强。整个海区以湾口潮流最强, $M_2$  分潮的最大潮流接近 90 厘米/秒。

## 五、计算方案的比较

我们用四种方案计算了胶州湾的潮汐和潮流。现以  $M_2$  分潮为例,比较一下四组计算结果与实测值之间的平均绝对误差。

表 1 比较了大港、东洋咀两地  $M_2$  分潮潮汐调和常数的四组计算值与实测值之差。由表 1 可见,第 III, IV 两组方案的  $M_2$  分潮的潮汐调和常数与大港、东洋嘴的实测值均能达到满意的一致。不考虑潮间带的 I, II 两组方案的计算结果与实测值在大港处尚能达到一致,而潮波传入到东洋嘴后, $M_2$  分潮的振幅则有多达 20 厘米的误差。

表 2 给出 8 个测流点上四组计算值与实测  $M_2$  分潮流调和常数的绝对误差。由表 2 可见, I, II 两组方案的潮流迟角误差平均达 30—40°, 振幅达 25%—30%; III, IV 两

表 1  $M_2$  分潮潮汐调和常数计算值与实测值之差

| 方 案 |             |    | I  | II | III | IV |
|-----|-------------|----|----|----|-----|----|
| 站 名 |             |    |    |    |     |    |
| 大 港 | $ g-g_{实} $ | 度  | 1  | 1  | 1   | 1  |
|     | $ H-H_{实} $ | 厘米 | 3  | 2  | 2   | 1  |
| 东洋咀 | $ g-g_{实} $ | 度  | 2  | 2  | 0   | 0  |
|     | $ H-H_{实} $ | 厘米 | 20 | 16 | 4   | 4  |

注:  $g$  为分潮迟角,  $H$  为分潮振幅

组方案的潮流迟角误差平均为 10°—15°, 振幅为 15%—20%, 较之 I, II 两种方案有明显的改进。

以上比较表明,同样不考虑潮间带的方案 I, II 之间,方案 II (有平流项) 的计算结果比之方案 I (无平流项) 有所改进; 同样考虑潮间带的方案 III, IV 之间,方案 IV (有平流项) 的计算结果又比方案 III (无平流项) 有所改进,但是没有大的差别。而方案 I, II 与方

表 2  $M_2$  潮流调和常数的计算值与实测值之差

| 方<br>案<br><br>站<br>号 | I                 |               |                     |               | II                |               |                     |               | III               |               |                     |               | IV                |               |                     |               |
|----------------------|-------------------|---------------|---------------------|---------------|-------------------|---------------|---------------------|---------------|-------------------|---------------|---------------------|---------------|-------------------|---------------|---------------------|---------------|
|                      | 北分量               |               | 东分量                 |               | 北分量               |               | 东分量                 |               | 北分量               |               | 东分量                 |               | 北分量               |               | 东分量                 |               |
|                      | $ \xi - \xi_{实} $ | $ U - U_{实} $ | $ \eta - \eta_{实} $ | $ V - V_{实} $ | $ \xi - \xi_{实} $ | $ U - U_{实} $ | $ \eta - \eta_{实} $ | $ V - V_{实} $ | $ \xi - \xi_{实} $ | $ U - U_{实} $ | $ \eta - \eta_{实} $ | $ V - V_{实} $ | $ \xi - \xi_{实} $ | $ U - U_{实} $ | $ \eta - \eta_{实} $ | $ V - V_{实} $ |
| A <sub>0</sub>       | 62                | 9             | 77                  | 42            | 65                | 10            | 75                  | 33            | 9                 | 2             | 8                   | 5             | 9                 | 1             | 15                  | 3             |
| A <sub>1</sub>       | 15                | 9             | 0                   | 4             | 13                | 10            | 1                   | 2             | 18                | 3             | 21                  | 0             | 18                | 3             | 16                  | 0             |
| A <sub>2</sub>       | 38                | 15            | 14                  | 4             | 33                | 15            | 5                   | 6             | 9                 | 9             | 1                   | 5             | 8                 | 9             | 0                   | 5             |
| A <sub>3</sub>       | 40                | 8             | 46                  | 12            | 40                | 9             | 47                  | 9             | 4                 | 2             | 20                  | 14            | 5                 | 1             | 9                   | 12            |
| A <sub>5</sub>       | 34                | 7             | 24                  | 3             | 35                | 9             | 18                  | 4             | 6                 | 12            | 4                   | 3             | 12                | 14            | 2                   | 5             |
| A <sub>6</sub>       | 53                | 5             | 31                  | 4             | 42                | 2             | 27                  | 4             | 22                | 10            | 2                   | 8             | 12                | 11            | 9                   | 9             |
| A <sub>9</sub>       | 63                | 13            | 10                  | 17            | 5                 | 20            | 20                  | 19            | 30                | 13            | 10                  | 13            | 4                 | 17            | 2                   | 15            |
| A <sub>10</sub>      | 41                | 9             | 34                  | 6             | 44                | 5             | 31                  | 10            | 27                | 7             | 14                  | 4             | 29                | 3             | 12                  | 0             |
| 平 均                  | 43                | 9             | 30                  | 12            | 35                | 10            | 28                  | 11            | 16                | 7             | 10                  | 7             | 12                | 7             | 8                   | 6             |

注: 表中之  $U, V$ , 为分潮流的振幅(单位: 厘米/秒),  $\xi, \eta$  为迟角(单位: 度)

案 III, IV 之间的差别较大, 尤其是潮流的差别更为明显。这表明, (1) 当潮间带范围较大时, 略去潮间带必然会使计算结果产生偏差, 迟角差平均达  $25^\circ$ , 振幅差 10%。(2) I, II 两组方案之间和 III, IV 两组方案之间,  $M_2$  分潮潮位振幅差不超过 1 厘米, 迟角差不超过  $1^\circ$ 。 $M_2$  分潮流在胶州湾北部广大海区相差也不大, 但在胶州湾南部, 黄岛周围海域振幅差达 15 厘米/秒, 迟角差达  $40^\circ$  之多。这是因为在这一海区潮流流速大, 流线的曲率也大。为了对平流项作出估计, Brettschneider (1967)<sup>[2]</sup> 将平流项作了如下的变换:

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= u \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left( u \frac{\partial v}{\partial y} - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + w \frac{\partial u}{\partial z} \\
 &= u \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - (u^2 + v^2) \left( \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{v}{u} \right)_y + w u_z \\
 &= -u w_z - (u^2 + v^2) K_y + w u_z = -(u^2 + v^2) K_y,
 \end{aligned} \quad (10)$$

上式表明, 在流场有强烈方向变化和较大的流速时, 平流的影响是不能忽略的。我们的计算结果和 Brettschneider 的估计相符。

### 参 考 文 献

- [1] 王化桐等, 1980. 胶州湾环流和污染扩散的数值模拟 I. 胶州湾潮流数值计算. 山东海洋学院学报 **10**(1): 26—55.
- [2] Brettschneider, G., 1967. Anwendung des Hydrodynamisch-Numerischen Verfahrens zur Ermittlung der  $M_2$ - $M_1$  Tschwingungszeit der Nordsee. Mitteilungen des Institute für Meereskunde der Universität Hamburg, S. 20—21.
- [3] Dronker, J. J., 1964. Tidal Computations in Rivers and Coastal Waters. Chapter X. Finite-difference Methods. The Hague, The Netherlands, pp. 502.

- [4] Flather, R. A. and N. S. Heaps, 1975. Tidal computations for Morecambe Bay. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 42: 489—517.

## NUMERICAL COMPUTATIONS OF TIDES AND TIDAL CURRENTS IN JIAOZHOU BAY\*

Cao Demin

(*Institute of Oceanology, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

The numerical computations of tidal differential equations for Jiaozhou Bay are carried out using Flather and Heaps's scheme. The results are satisfactory compared with the observations.

The computations show that the shoaling region has much more important influence on the solution than the non-linear advective terms have in Jiaozhou Bay, where the intertidal zone accounts about a quarter of the total area.

---

\*Contribution No. 665 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.